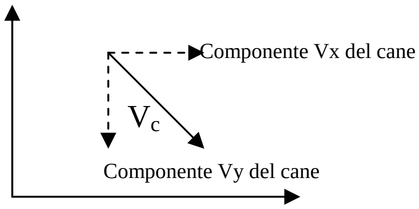
PROBLEMA CANE-LEPRE

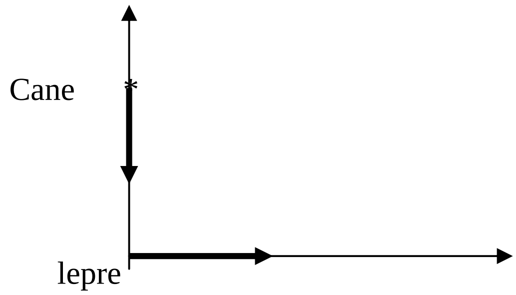
Un cane rincorre una lepre che fugge in linea retta con velocità sempre uguale pari a 8 m/sec nella direzione in figura. Cane e lepre sono distanti 100 metri. Il cane comincia a inseguirla con direzione ortogonale a quella di fuga della lepre con una velocità costante di 10 m/sec. Si determini attraverso una simulazione sul calcolatore la traiettoria del cane, supponendo che in ogni istante si muova sempre in direzione della lepre (cioè nella direzione individuata dalla retta congiungente cane e lepre). Determinare le coordinate in cui il cane raggiungerà la lepre e il tempo necessario a che ciò accada.

La lepre si muove di moto rettilineo uniforme

Il cane ha velocità costante in modulo Vc e tale velocità è data da una componente orizzontale e una verticale rappresentate su un sistema di assi cartesiano



Situazione iniziale



Determiniamo il tempo base del sistema

Il cane raggiungerà la lepre in un tempo ricavabile dall'equazione

Spazio percorso dal cane = spazio percorso dalla lepre + 100

Ricordando che lo spazio è dato dalla velocità per il tempo

V.cane x T = 100 + v.lepre x t

10xT = 100 + Tx8

risolvendo

Tx2 = 100 => T = 50 cioè tempo base espresso in secondi

Considerando di prendere un centesimo del tempo base il nostro tempo di riferimento sarà 0,5 secondi

La velocità con cui corre il cane è sempre la stessa ma distinta in due componenti una orizzontale V_{cx} e una verticale. V_{cy}. Analogo discorso per lo spazio cane lepre.

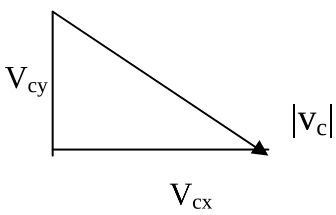
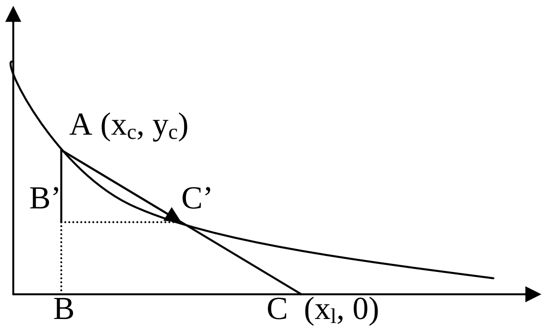


Figura 1

Dal triangolo in fig.1 ricaviamo col th di Pitagora la relazione

(1) $V_c = \sqrt{V^2_{xc} + V^2_{yc}}$ => $V^2_{yc} = 100 - V^2_{xc}$

In ***figura 2*** prendendo in considerazione un tratto del moto che compie il cane (cane in posizione A e lepre in posizione C)



I triangoli ABC (ove AB è yc e BC è xl – xc) e AB'C' (dove AB' è Vcy e B'C' è Vcx) sono simili e dunque dalla similitudine dei triangoli spazio e velocità

$$AB' : AB = B'C' : BC \qquad \text{quindi}$$

(2) $$V_{YC} : Y_C = \mathbf{V_{XC}} : (X_L - X_C)$$

Ricaviamo dalla (2)

$$V_{XC} = V_{YC}\,(X_L - X_C) / Y_C$$

Sostituiamo nella (1)

$$V^2_{yc} = 100 - V^2_{xc} = 100 - V^2_{YC}\,(X_L - X_C)^2 / Y^2_C$$

$$V^2_{yc}\,\left(1 + (X_L - X_C)^2 / Y^2_C\right) = V^2_c$$

$$V^2_{yc}\,\left(\frac{Y^2_C + (X_L - X_C)^2}{Y^2_C}\right) = V^2_c$$

Sotto radice diventa…

$$V_{yc}\,\frac{\sqrt{Y^2_C + (X_L - X_C)^2}}{Y_C} = V_c$$

Quindi

$$\mathbf{V_{yc}} = \frac{V_c\,Y_C}{\sqrt{Y^2_C + (X_L - X_C)^2}}$$

E

$$\mathbf{V_{XC}} = V_{YC}\,(X_L - X_C) / Y_C = = \frac{V_c\,Y_C}{\sqrt{Y^2_C + (X_L - X_C)^2}} * \frac{(X_L - X_C)}{Y_C} = \frac{V_c\,(X_L - X_C)}{\sqrt{Y^2_C + (X_L - X_C)^2}}$$

Ora i dati per impostare il nostro foglio sono pronti e saranno :
tenendo conto che lo spazio è dato dallo spazio precedente sommato allo spazio percorso nel tempo Δt cioè $X = X_{-1} + V\,\Delta T$

Tempo t valore iniziale = 0 valore successivo = $t_{prec} + 0{,}5$

X_{Lt} valore iniziale = 0 valore successivo = $XL_{prec} + 0{,}5 * V_L$

$X_{c\,t}$ valore iniziale = 0 valore successivo = $XC_{prec} + 0{,}5 * VX_C$

$Y_{c\,t}$ valore iniziale = 0 valore successivo = $YC_{prec} + 0{,}5 * VY_C$

$VX_{c\,t}$ valore iniziale = 0

$$\mathbf{V_{XC}} = \frac{V_c (X_L - X_C)}{\sqrt{Y^2_C + (X_L - X_C)^2}}$$

$VY_{c\,t}$ valore iniziale = 0

valore successivo

$$\mathbf{V_{yc}} = \frac{V_c Y_C}{\sqrt{Y^2_C + (X_L - X_C)^2}}$$